

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ, МОЛОДІ ТА СПОРТУ

НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ  
«КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ»

**ДОДАТКОВІ РОЗДІЛИ ТЕОРІЇ ЕЛЕКТРИЧНИХ  
КІЛ  
«ІНВЕРСНИЙ АНАЛІЗ ТА ІДЕНТИФІКАЦІЯ»  
КОНСПЕКТ ЛЕКЦІЙ**

Київ 2012

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ, МОЛОДІ ТА СПОРТУ

НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ  
«КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ»

**ДОДАТКОВІ РОЗДІЛИ ТЕОРІЇ ЕЛЕКТРИЧНИХ КІЛ  
«ІНВЕРСНИЙ АНАЛІЗ ТА ІДЕНТИФІКАЦІЯ»**

**КОНСПЕКТ ЛЕКЦІЙ**

для студентів напрямку підготовки 6.050802  
«Електронні пристрої та системи»

*Затверджено Вченою радою ФЕЛ НТУУ «КПІ»*

*Протокол №*

Київ 2012

Додаткові розділи теорії електричних кіл. Інверсний аналіз та ідентифікація.  
Конспект лекцій для студентів напрямку підготовки 6.050802 «Електронні  
пристрої та системи». - К.: НТУУ «КПІ», 2012. – 55 с.

Навчальне видання

Додаткові розділи теорії електричних кіл. Інверсний аналіз та ідентифікація.  
Конспект лекцій для студентів напрямку підготовки 6.050802 «Електронні  
пристрої та системи»

Укладачі: Ромашко Володимир Якович, доц., д. т. н.  
Батрак Лариса Миколаївна, ст. викл.

Відповідальний редактор: Жуйков В. Я. проф., д.т.н.

Рецензенти: Новський В. О.  
Шмирьова Л. М.

Київ - 2012

---

**ЗМІСТ**

<b>ВСТУП</b> .....	<b>4</b>
<b>ЛЕКЦІЯ 1. ОСНОВНІ ЗАДАЧІ ТЕОРІЇ ЕЛЕКТРИЧНОЇ КІЛ ТА ЇХ ВІДМІННІСТЬ</b> .....	<b>6</b>
<b>ЛЕКЦІЯ 2. ІНВЕРСНИЙ АНАЛІЗ</b> .....	<b>11</b>
<b>ЛЕКЦІЯ 3. ВИКОРИСТАННЯ ВТОРИННИХ ПАРАМЕТРІВ ПРИ ІНВЕРСНОМУ АНАЛІЗІ ЕЛЕКТРИЧНИХ КІЛ</b> .....	<b>18</b>
<b>ЛЕКЦІЯ 4. ІДЕНТИФІКАЦІЯ ПАРАМЕТРІВ ЕЛЕМЕНТІВ ЕЛЕКТРИЧНОГО КОЛА</b> .....	<b>25</b>
<b>ЛЕКЦІЯ 5. МЕТОДИ ІДЕНТИФІКАЦІЇ ЛІНІЙНИХ РЕЗИСТИВНИХ ЛАНЦЮГІВ</b> .....	<b>30</b>
<b>ЛЕКЦІЯ 6. ДІАГНОСТИКА ЕЛЕКТРИЧНИХ КІЛ</b> .....	<b>36</b>
<b>ЛЕКЦІЯ 7. АЛГОРИТМ ДІАГНОСТИКИ ЛІНІЙНИХ РЕЗИСТИВНИХ КІЛ</b> .....	<b>42</b>
<b>ЛЕКЦІЯ 8. УНІВЕРСАЛЬНИЙ СТЕНД ДЛЯ ДІАГНОСТИКИ ЛІНІЙНИХ РЕЗИСТИВНИХ ЛАНЦЮГІВ</b> .....	<b>48</b>
<b>ВИСНОВКИ</b> .....	<b>52</b>
<b>ЛІТЕРАТУРА</b> .....	<b>54</b>

---

## ВСТУП

Теорія електричних кіл (ТЕК) є одним з найважливіших розділів теоретичної електротехніки – загальнонаукової основи широкого кола технічних дисциплін. В рамках ТЕК розглядають способи описання електромагнітних явищ в електричних колах, побудованих на ідеалізованих елементах і розробляють математичні моделі цих процесів. На базі ТЕК розробляють способи фізичного та чисельного експериментів, одержують навички аналізу достовірності та достатності одержаних результатів. Важливим фактором, який визначає подальший розвиток ТЕК, є створення таких теоретичних методів, які на базі використання існуючої техніки виконання чисельних розрахунків здатні забезпечити одержання необхідних результатів. Це визначає вибір відповідних математичних методів дослідження, а також рішення систем алгебраїчних та диференціальних рівнянь.

Тісний зв'язок ТЕК не тільки з відповідними розділами математики та фізики, але й зі спеціальними дисциплінами, обумовлює такий розвиток теорії, при якому набуває важливе значення її направленість на рішення нових прикладних задач.

Залежно від того, що є відомим та невідомим, а також мети досліджень, в ТЕК можуть розглядатись такі задачі.

1. *Аналіз* – визначення реакції елементів електричного кола на задану (відому) зовнішню дію з урахуванням відомої схеми (структури) електричного ланцюга та параметрів його елементів.

2. *Інверсний аналіз* – визначення зовнішньої дії (зовнішніх дій), які в електричному ланцюзі із заданою структурою та параметрами забезпечують відповідну вихідну реакцію.

3. *Ідентифікація* – визначення параметрів елементів електричного кола із заданою структурою по відомим вхідній дії та вихідній реакції.

В ТЕК, як в теоретичному, так і практичному плані, найбільш розробленими є задачі аналізу. Задачі інверсного аналізу є оберненими до задач аналізу. Їх прикладне значення полягає в тому, що при проектуванні пристроїв заданою величиною найчастіше є їх вихідна реакція. Тому виникає задача визначення вхідної дії (вхідних дій), які б забезпечували заданий режим роботи на виході пристрою.

Аналіз та інверсний аналіз в прикладному плані орієнтовані переважно на задачі проектування пристроїв, еквівалентна схема яких в заданому режимі роботи зводиться до відповідного електричного ланцюга. В той же час, при експлуатації цих пристроїв більш важливим є питання визначення параметрів їх елементів з використанням експериментально одержаних параметрів режиму їх роботи – тобто рішення задачі ідентифікації. Прикладне значення подібних задач полягає в можливості оцінки технічного стану, працездатності та надійності реальних технічних об'єктів. На сьогодні існує певне відставання теорії ідентифікації від запитів інженерної практики. В той же час слід відзначити майже повну відсутність відомостей про інверсний аналіз та ідентифікацію електричних ланцюгів у навчальній літературі.

Оскільки задачі аналізу електричних кіл розроблені найкраще, а методи їх рішення достатньо відображені в навчальній літературі, в цьому навчальному посібнику розглянуто особливості рішення інших задач ТЕК – інверсного аналізу, ідентифікації та діагностики електричних ланцюгів. Ці особливості розглянуто на прикладі лінійних резистивних ланцюгів. Одержані при цьому підходи, в значній мірі, будуть подібними і для інших типів електричних ланцюгів.

**ЛЕКЦІЯ 1****ОСНОВНІ ЗАДАЧІ ТЕОРІЇ ЕЛЕКТРИЧНОЇ КІЛ ТА ЇХ  
ВІДМІННІСТЬ**

В теорії електричних кіл базовими є чотири поняття:

1) елемент – двополюсник, в якому відбувається накопичення електромагнітної енергії, або перетворення неелектричних видів енергії в електричну, або навпаки;

2) топологія – спосіб з'єднання елементів електричного кола між собою (структура електричного кола);

3) зовнішня дія – незалежне джерело струму або напруги, що діє на електричне коло;

4) реакція – струми або напруги в елементах електричного кола, які виникають під впливом зовнішньої дії.

Залежно від того, що є відомим та невідомим, а також мети досліджень, в ТЕК можуть розглядатись такі задачі.

1. *Аналіз* – визначення реакції елементів електричного кола на задану (відому) зовнішню дію з урахуванням відомої структури електричного ланцюга та параметрів його елементів.

2. *Інверсний аналіз* – визначення зовнішньої дії (зовнішніх дій), які в електричному ланцюзі із заданою структурою та параметрами забезпечують відповідну вихідну реакцію.

3. *Ідентифікація* – визначення параметрів елементів електричного кола із заданою структурою по відомим вхідній дії та вихідній реакції.

Найбільш загальною математичною моделлю електричного ланцюга є система алгебраїчних та диференціальних рівнянь, що пов'язують струми та напруги на його елементах. Теорія електричних кіл є прикладом наукової побудови, в якій величезну різноманітність методів та підходів одержують з невеликої кількості початкових положень, насамперед закону Ома та двох

законів Кірхгофа. Для складання рівнянь за законами Кірхгофа необхідно знати структуру електричного ланцюга, яка відображається його схемою. Тому надалі будемо вважати, що схема досліджуваного ланцюга є відомою.

Відмінність задач аналізу, інверсного аналізу та ідентифікації полягає в тому, які з величин, що входять в одержану систему рівнянь, є відомими, а які ні. При вирішенні задач аналізу достатнім є визначення струмів в усіх гілках електричного ланцюга, або напруг між усіма його вузлами. Для цього найчастіше використовують систему рівнянь, складену відповідно до метода контурних струмів

$$[R] \times [I] = [E], \quad (1)$$

або вузлових потенціалів

$$[G] \times [\varphi] = [J]. \quad (2)$$

Залежно від того, яка задача вирішується, невідомими в наведених рівняннях будуть такі величини (табл. 1)

Таблиця 1

№	Задача	Метод	Задані величини (відомі)	Необхідно визначити (невідомі)
1	Аналіз	1	$[R][E]$	$[I]$
		2	$[G][J]$	$[\varphi]$
2	Інверсний аналіз	1	$[R][I]$	$[E]$
		2	$[G][\varphi]$	$[J]$
3	Ідентифікація	1	$[I][E]$	$[R]$
		2	$[\varphi][J]$	$[G]$

Задачі аналізу та інверсного аналізу електричних ланцюгів в прикладному плані орієнтовані на процес проектування пристроїв, еквівалентна схема яких в заданому режимі роботи зводиться до відповідного електричного ланцюга.

При експлуатації пристроїв більш важливими є питання визначення параметрів елементів схеми, з урахуванням експериментально одержаних



параметрів режиму їх роботи, тобто рішення задачі ідентифікації. Особливістю задач ідентифікації є наявність двох етапів їх рішення: експериментального та розрахункового. У зв'язку з цим необхідно мати такі методи ідентифікації, які є достатньо простими в реалізації і забезпечують рішення задачі із заданою точністю, при мінімальних витратах часу та технічних ресурсів на вимірювання та чисельну обробку результатів цих вимірювань.

Для рішення задач ТЕК необхідно скласти систему рівнянь електричної рівноваги ланцюга. Кожна з цих задач містить різну кількість невідомих, і, отже, вимагає різної кількості рівнянь для їх визначення. Якщо електричний ланцюг містить  $l$  гілок, то при рішенні задачі аналізу для визначення струмів в усіх цих гілках у загальному випадку треба мати  $l$  лінійно-незалежних рівнянь, складених відповідно до законів Кірхгофа. Однак для складних ланцюгів кількість таких рівнянь буде зовеликою, що збільшує трудомісткість складання цих рівнянь та проведення обчислень. Тому на практиці, для визначення струмів усіх  $l$  гілок, найчастіше використовують метод контурних струмів або вузлових потенціалів, при застосуванні яких необхідно розглядати відповідно систему з  $(l - n + 1)$  або  $(n - 1)$  рівнянь, складання яких є максимально формалізованим ( $n$  – кількість вузлів електричного ланцюга). В задачах інверсного аналізу кількість необхідних рівнянь залежатиме від кількості зовнішніх джерел енергії. В задачах ідентифікації, у загальному випадку, кількість невідомих, а отже і кількість необхідних рівнянь дорівнює кількості гілок електричного ланцюга  $l$ . Зауважимо, що у випадку лінійних електричних ланцюгів перераховані задачі завжди мають єдине рішення.

До задач теорії електричних кіл часто відносять задачу синтезу. Ця задача зводиться до визначення схеми електричного ланцюга та параметрів його елементів, які б забезпечували на виході задану реакцію при відомій вхідній дії. Найчастіше подібні задачі не мають єдиного рішення. Тому в

чистому вигляді задача синтезу не є задачею ТЕК. В загальному випадку задача синтезу є складовою процесу інженерного проектування, при здійсненні якого широко використовуються методи ТЕК: аналіз, інверсний аналіз та ідентифікація.

Те ж саме можна сказати і про задачу ідентифікації електричного ланцюга, схема та параметри елементів якого є невідомими. Ця задача також не має єдине рішення. При рішенні подібних задач ми одержуємо електричний ланцюг, який по відношенню до зовнішніх виводів у заданому режимі роботи еквівалентний реальному ланцюгу. Однак найчастіше його схема буде відрізнятися від схеми реального ланцюга. Як приклад, можна навести заміну активного двополюсника еквівалентним генератором,  $T$  та  $\Pi$  – подібні схеми заміщення чотирьохполюсника та ін. Очевидно, що в таких випадках ми маємо справу з більш загальною задачею, ніж ідентифікація – формуємо еквівалентну, по відношенню до зовнішніх виводів, схему електричного ланцюга. При рішенні подібних задач також широко застосовуються методи ТЕК.

При формулюванні задачі ідентифікації можуть існувати два підходи. У найбільш загальному випадку вважають, що параметри усіх елементів електричного ланцюга є невідомими і їх необхідно визначити використовуючи результати експерименту. В іншому випадку вважають, що номінальні (розрахункові) параметри елементів ланцюга є відомими. Однак в процесі виготовлення або експлуатації параметри окремих елементів змінилися. Необхідно виявити ці елементи та ідентифікувати їх реальні параметри. Подібну задачу називають задачею *діагностики* електричного ланцюга [8]. Задачі діагностики є окремим випадком задач ідентифікації. При рішенні задач ідентифікації та діагностики використовують подібні підходи. Однак задача ідентифікації є більш складною та об'ємною, оскільки для свого рішення вимагає більшої кількості експериментальних даних та більш складних алгоритмів їх обробки. В принципі, задачі діагностики можна

вирішувати методами, які використовують для ідентифікації. Однак при цьому, найчастіше, кількість необхідних експериментальних даних та процес їх обробки характеризується значною надлишковістю. Тому розробляються спеціальні методи та алгоритми діагностики, в яких кількість необхідних експериментальних даних, а також складність обробки одержаної інформації залежать від кількості елементів ланцюга, що змінили свої параметри [9].

Таким чином задачі, що вирішує ТЕК, та їх відмінність, компактно можна представити таким чином (табл. 2).

Таблиця 2

Задачі ТЕК					
№	Задача	Зовн. дія	Схема	Парам. елем.	Реакція
1	Аналіз	+	+	+	-
2	Інверсний аналіз	-	+	+	+
3	Ідентифікація	+	+	-	+
4	Діагностика	+	+	+/-	+
Задачі, дотичні до ТЕК					
1	Синтез	+	-	-	+
2	Формування екв. схеми	+	-	-	+

Задачі синтезу та формування еквівалентної схеми реального ланцюга у чистому вигляді не є задачами ТЕК. Однак для їх рішення широко застосовують методи, розроблені в ТЕК.

При рішенні задач синтезу та формування еквівалентної схеми маємо ті ж самі відомі та невідомі величини (табл. 2). Відмінність цих задач полягає в тому, що, як правило, задача синтезу вирішується на етапі проектування пристрою, а задача формування його еквівалентної схеми – на етапі його експлуатації.

## ЛЕКЦІЯ 2

### ІНВЕРСНИЙ АНАЛІЗ

Задача інверсного аналізу може виникати, як на етапі проектування пристроїв, так і їх експлуатації [11]. При проектуванні пристроїв заданою величиною є необхідний режим роботи навантаження, тобто вихідна реакція пристрою. Тому часто виникає задача визначення вхідної дії, яка б забезпечила відповідну вихідну реакцію. У найпростішому випадку, який однак є дуже поширеним, для одержання заданої реакції необхідна лише одна вхідна дія. Для її визначення можна використати відомий з курсу ТЕК метод пропорційного перерахунку.

Задаємо величину вхідної напруги  $U'_{ex}$  (часто приймають  $U'_{ex} = 1$ ), і використовуючи закони Ома та Кірхгофа визначаємо вихідну реакцію  $I'_{вих}$ . Припустимо, що в навантаженні необхідно одержати вихідний струм  $I_{вих}$ .

Визначаємо коефіцієнт перерахунку,  $k = \frac{I_{вих}}{I'_{вих}}$ . Враховуючи, що

досліджуваний електричний ланцюг є, лінійним, для одержання заданого вихідного струму  $I_{вих}$  вхідна напруга  $U_{ex} = kU'_{ex}$ .

*Приклад 1.* Для електричного ланцюга (рис. 1) відомими величинами є опори  $R_1$ ,  $R_2$  та  $R_3$ , та вихідний струм  $I_3$ .

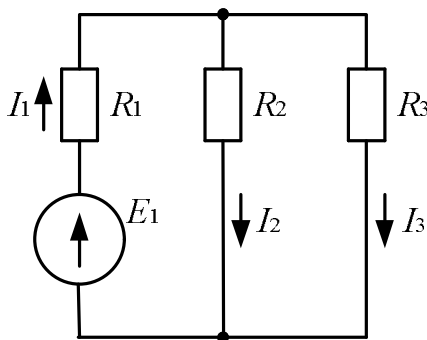


Рис. 1.

Визначити вхідну напругу  $E_1$ .

1. Задаємо вхідну напругу  $E'_1 = 1$ .

2. Визначаємо струм  $I'_1$

$$I'_1 = \frac{E'_1}{R_1 + \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3}} = E'_1 \frac{R_2 + R_3}{R_1 \cdot R_2 + R_1 \cdot R_3 + R_2 \cdot R_3} = E'_1 \frac{R_2 + R_3}{R^*}.$$

3. Визначаємо струм  $I'_3$

$$I'_3 = I'_1 \frac{R_2}{R_2 + R_3} = E'_1 \frac{R_2}{R^*}.$$

4. Обчислюємо коефіцієнт перерахунку

$$k = \frac{I'_3}{I_3} = \frac{I_3}{E'_1} \cdot \frac{R^*}{R_2}.$$

5. Визначаємо необхідну вхідну напругу

$$E_1 = E'_1 k = I_3 \cdot \frac{R^*}{R_2}.$$

Як видно з розглянутого прикладу, при відсутності в електричному ланцюзі інших джерел енергії, відношення  $\frac{I'_3}{E'_1} = \frac{I_3}{E_1} = \frac{R_2}{R^*} = F$  не залежить від величини вхідної дії, а є функцією схеми електричного ланцюга та параметрів його елементів. На відміну від параметрів елементів ланцюга  $R$ ,  $L$  та  $C$ , які називають *первинними* параметрами, функцію схеми  $F$  називають його *вторинним* параметром.

Якщо позначити вхідну дію (струм або напругу) як  $x_{\text{вх}}$ , а вихідну реакцію як  $x_{\text{вих}}$ , з урахуванням лінійності ланцюга можемо записати

$$x_{\text{вих}} = F x_{\text{вх}}. \quad (3)$$

У залежності від того, що є вхідною дією, а що – вихідною реакцією, розрізняють такі вторинні параметри:

$$k^U = \frac{U_{вих}}{U_{вх}} - \text{коефіцієнт передавання напруги};$$

$$k^I = \frac{I_{вих}}{I_{вх}} - \text{коефіцієнт передавання струму};$$

$$R^{пер} = \frac{U_{вих}}{I_{вх}} - \text{опір передавання};$$

$$G^{пер} = \frac{I_{вих}}{U_{вх}} - \text{провідність передавання}.$$

Очевидно, що чисельне значення відповідного вторинного параметра співпадає з вихідною реакцією при *одиничній* вхідній дії.

При визначенні перерахованих вторинних параметрів електричний ланцюг розглядають як чотириполюсник на вході якого підключено вхідну дію, а на виході формується вихідна реакція. Якщо електричний ланцюг має кілька входів та виходів, його властивості можна характеризувати набором вторинних параметрів, які встановлюють зв'язок вхідної дії  $i$ -го входу та вихідної реакції  $j$ -го виходу  $F_{ji}$  при відсутності вхідної дії на усіх інших входах.

Якщо нас цікавить реакція електричного ланцюга в цілому на вхідну дію, електричний ланцюг розглядають як двополюсник. При цьому вводять ще два вторинні параметри.

$$R_{вх} = \frac{U_{вх}}{I_{вх}} - \text{вхідний опір}; \quad G_{вх} = \frac{I_{вх}}{U_{вх}} - \text{вхідна провідність}.$$

Вторинні параметри електричного ланцюга можна визначити розрахувавши будь-яким способом або визначивши експериментально вихідну реакцію при заданій вхідній дії.

Так в розглянутому прикладі 1 відношення

$$\frac{I'_3}{E'_1} = \frac{I_3}{E_1} = \frac{R_2}{R^*} = G_{31}$$

є провідністю передавання електричного ланцюга (рис. 1) від гілки 1 до гілки 3.

Оскільки вторинні параметри визначаються тільки схемою електричного ланцюга та параметрами його елементів, їх можна визначити з матриці опорів  $[R]$  або матриці провідностей  $[G]$  електричного ланцюга використовуючи відомі формули [7].

*Приклад 2.* Для електричного ланцюга (рис. 1) визначити провідність передавання  $G_{31} = \frac{I_3}{E_1}$  використовуючи матрицю опорів схеми  $[R]$ .

Задаємо контурні струми  $J_1$  та  $J_2$  (рис. 2) і формуємо матрицю опорів схеми

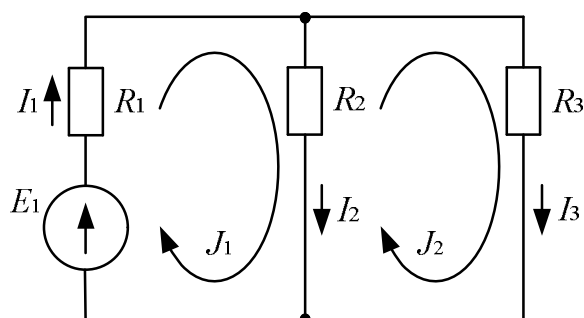


Рис. 2.

$$[R] = \begin{bmatrix} R_1 + R_2 & -R_2 \\ -R_2 & R_2 + R_3 \end{bmatrix}$$

Оскільки струм  $I_3$  співпадає з контурним струмом  $J_2$  провідність передавання

$$G_{31} = \frac{(-1)^{1+2} \Delta_{12}}{\Delta},$$

$$\text{де: } \Delta = (R_1 + R_2)(R_2 + R_3) - R_2^2 = R_1 \cdot R_2 + R_1 \cdot R_3 + R_2 \cdot R_3 + R_2^2 - R_2^2 = R^*,$$

$$(-1)^{1+2} \Delta_{12} = R_2.$$

Отже провідність передавання

$$G_{31} = \frac{R_2}{R^*},$$

що співпадає з одержаною в прикладі 1.

Знаючи провідність передавання  $G_{31}$  можемо визначити вхідну дію  $E_1$  при відомій вихідній реакції  $I_3$

$$E_1 = \frac{I_3}{G_{31}},$$

або вихідну реакцію  $I_3$  при відомій вхідній дії  $E_1$

$$I_3 = E_1 G_{31}.$$

Якщо електричний ланцюг має  $m$  входів і один вихід, причому на кожен з  $m$  входів подається вхідна дія, вихідну реакцію шукають методом накладання. Якщо вхідною дією є напруга, а вихідною реакцією – струм  $I_k$ , його можна визначити використовуючи формулу

$$I_k = \sum_{i=1}^m U_i G_{ki}, \quad (4)$$

де:  $U_i$  - напруга, що діє на  $i$ -у вході;

$G_{ki}$  - провідність передавання від  $i$ -го входу до  $k$ -го виходу.

При рішенні задачі інверсного аналізу величина струму  $I_k$  є заданою, провідності передавання  $G_{ki}$  вважаємо відомими. Невідомими є напруги  $U_i$ , що діють на входах. Оскільки рівняння (4) містить  $m$  невідомих, очевидно, що таке рівняння має безліч рішень. Для визначення напруги на  $p$ -у вході  $U_p$  необхідно задати напруги на інших  $m - 1$  входах і розв'язати рівняння (4), у якому буде лише одна невідома  $U_p$ .

Очевидно, що для одержання заданого струму  $I_k$  достатньо подати напругу лише на один з входів ( $m = 1$ ), наприклад  $U_p$ . При цьому напруга на інших входах повинна дорівнювати нулю. За такої умови напруга  $U_p$  відповідно до (4)



$$U_p = \frac{I_k}{G_{kp}}. \quad (5)$$

Необхідність наявності вхідної дії більш ніж на одному вході (наприклад  $m = 2$ ) може бути виправдана у таких випадках.

1. В досліджуваному електричному ланцюзі необхідно забезпечити задані величини струму *одночасно* в кількох гілках (наприклад в двох). Для цього формуємо систему з двох рівнянь аналогічних (4) з двома невідомими вхідними напругами.

*Приклад 3.* В електричному ланцюзі (рис. 3) використовуючи два джерела напруги  $E_1$  та  $E_2$  забезпечити задану величину струмів  $I_2$  та  $I_3$ .

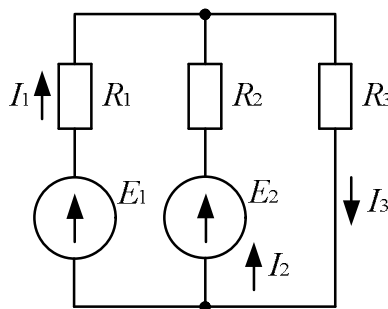


Рис. 3.

Вважаємо, що відповідні провідності передавання є відомими. Формуємо систему рівнянь, аналогічних (4)

$$-E_1 G_{21} + E_2 G_{22} = I_2;$$

$$E_1 G_{31} + E_2 G_{32} = I_3;$$

або у матричній формі

$$\begin{bmatrix} -G_{21} & G_{22} \\ G_{31} & G_{32} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_2 \\ I_3 \end{bmatrix}$$

Розв'язавши цю систему відносно невідомих визначимо напруги джерел  $E_1$  та  $E_2$  при яких в електричному ланцюзі будуть протікати задані струми  $I_2$  та  $I_3$ .

2. Якщо на виході (в навантаженні) необхідно одержати струм, що містить постійну та змінну складові. У таких випадках на один з входів падають постійну напругу, а на інший – змінну. Використовуючи метод накладання (4), спочатку визначають величину постійної напруги  $U_1$ , яка б забезпечила відповідну постійну складову вихідного струму  $I_{k=}$ , а потім амплітуду змінної напруги  $U_{2m}$ , яка б забезпечила відповідну амплітуду змінної складової вихідного струму  $I_{k\sim m}$ . У цьому випадку одержимо вихідний струм  $i_k$  із заданими величинами постійної та змінної складових.

*Приклад 4.* В електричному ланцюзі (рис. 4) необхідно одержати струм  $I_3$ , форма та параметри якого наведено на рис. 5 (змінна складова струму змінюється за синусоїдальним законом).

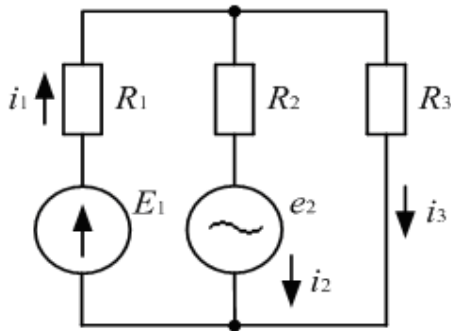


Рис. 4.

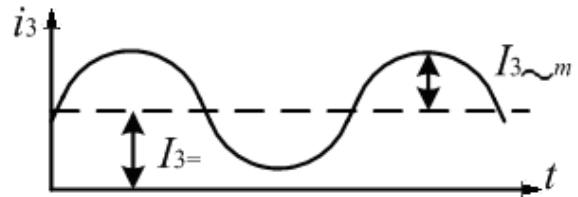


Рис. 5.

Для одержання такого струму напруга джерела  $E_1$  має бути

$$E_1 = \frac{I_{3=}}{G_{31}},$$

а напруга джерела  $e_2$

$$e_2 = U_{2m} \sin \omega t,$$

де  $U_{2m} = I_{3\sim m} / G_{32}$ .

Аналіз розглянутих прикладів показує, що при рішенні задач інверсного аналізу доцільно використовувати відповідні вторинні параметри електричного ланцюга, зокрема провідності передавання  $G_{ki}$ .

## ЛЕКЦІЯ 3

## ВИКОРИСТАННЯ ВТОРИННИХ ПАРАМЕТРІВ ПРИ ІНВЕРСНОМУ АНАЛІЗІ ЕЛЕКТРИЧНИХ КІЛ

Для формалізації процедури визначення вторинних параметрів зручно користуватись матрицею опорів  $[R]$  або матрицею провідностей  $[G]$  електричного ланцюга.

За методом контурних струмів система рівнянь для визначення контурних струмів у матричній формі має вигляд

$$[R] \cdot [J] = [E]. \quad (6)$$

Відповідно до формули Крамера загальне рішення системи (6) з  $m$  рівнянь має наступний вигляд

$$J_k = E_{11} \frac{\Delta_{1k}}{\Delta} + E_{22} \frac{\Delta_{2k}}{\Delta} + \dots + E_{mm} \frac{\Delta_{mk}}{\Delta}, \quad (7)$$

де  $\Delta = \det R$  - визначник матриці  $[R]$ ;

$\Delta_{mk}$  - алгебраїчне доповнення, яке одержують викреслюючи рядок  $m$  та стовпець  $k$ , помножуючи його на  $(-1)^{m+k}$ .

Аналізуючи фізичний смисл коефіцієнтів  $\frac{\Delta_{mk}}{\Delta}$  і порівнюючи (7) з (4), приходимо до висновку, що ці коефіцієнти є відповідними провідностями передавання електричного ланцюга

$$\frac{\Delta_{mk}}{\Delta} = G_{km}. \quad (8)$$

При рішенні задач інверсного аналізу вхідна дія і вихідна реакція можуть визначатися відносно будь яких гілок. Формула (7) дійсна тільки для контурних струмів та контурних ЕРС. Якщо вихідна реакція співпадає з відповідним контурним струмом, а вхідна дія – з відповідною контурною ЕРС, провідності передавання можна визначати використовуючи формулу (8). Якщо ж вихідна реакція не співпадає з контурним струмом, її можна

виразити через відповідні контурні струми використовуючи провідності передавання.

Приклад 5. В електричному ланцюзі (рис. 6) необхідно забезпечити задану величину струму  $I_5$  в резисторі  $R_5$ , використовуючи джерело напруги  $E_1$ .

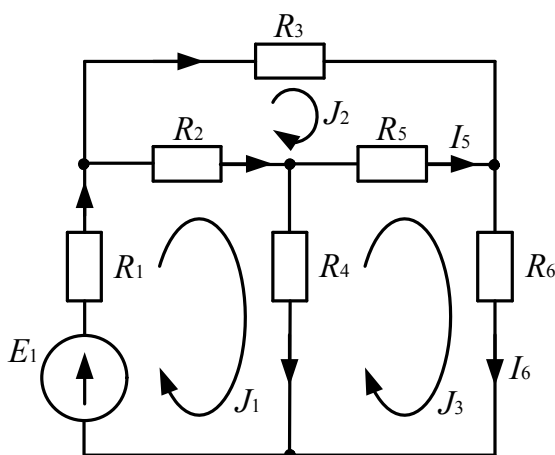


Рис. 6.

Обираємо систему незалежних контурів  $J_1$ ,  $J_2$  та  $J_3$ . Струм  $I_5$  можемо виразити через контурні струми  $J_2$  та  $J_3$

$$I_5 = J_3 - J_2;$$

Відповідно до (7)

$$J_3 = E_1 \frac{\Delta_{13}}{\Delta} = E_1 G_{31};$$

$$J_2 = E_1 \frac{\Delta_{12}}{\Delta} = E_1 G_{21}.$$

Отже заданий струм

$$I_5 = E_1 G_{31} - E_1 G_{21} = E_1 (G_{31} - G_{21}) = E_1 G'_{51},$$

де  $G'_{51} = (G_{31} - G_{21})$  - провідність передавання від джерела напруги  $E_1$  до гілки  $R_5$ . Отже, вхідна напруга  $E_1 = \frac{I_5}{G'_{51}}$ . Таким чином, у загальному випадку,

провідність передавання від джерела напруги  $E_1$  до гілки  $R_k$ , через яку протікає струм  $I_k = J_a - J_b$ , де  $J_a$  та  $J_b$  - відповідно контурні струми

$$G'_{k1} = (G_{a1} - G_{b1}) \quad (9)$$

Як відомо, лінійний електричний ланцюг, при заданій вхідній дії, може перебувати лише в одному стані рівноваги. Якщо треба забезпечити необхідну величину струму в одній з гілок електричного ланцюга, достатньо мати одне джерело енергії величина напруги або струму якого визначається в результаті рішення лінійного алгебраїчного рівняння з одним невідомим виду (3). Якщо необхідно одночасно забезпечити задані величини струму в  $k$  гілках, у загальному випадку, необхідно використати  $k$  джерел енергії величина напруги або струму яких визначається з системи  $k$  лінійних алгебраїчних рівнянь виду (4), аналогічно прикладу 3.

Практично, в реальних електричних ланцюгах, дуже рідко використовують більш ніж дві вхідні дії. Якщо задачу інверсного аналізу розглядати в теоретичному плані, виникає питання максимальної кількості гілок  $k$ , у яких можемо задати необхідну величину струму. Очевидно, що для заданого електричного ланцюга кількість таких гілок є обмеженою, оскільки ці струми повинні бути лінійно-незалежними. Наприклад, якщо до якогось вузла сходяться  $m$  струмів, тільки  $m-1$  цих струмів будуть лінійно-незалежними. Як відомо, для заданого електричного ланцюга такими лінійно-незалежними є контурні струми незалежних контурів. Отже, в електричному ланцюзі, який містить  $l$  гілок та  $n$  вузлів можемо задати лише  $l-n+1$  незалежні струми. Вибравши систему незалежних контурів, визначаємо величину контурних струмів через задані струми. Після цього використовуючи формули метода контурних струмів (6) визначаємо напругу контурних  $EPC$ .

Приклад 6. В електричному ланцюзі (рис. 7) необхідно забезпечити задані величини струму в резисторах  $R_4$ ,  $R_5$  та  $R_6$ .

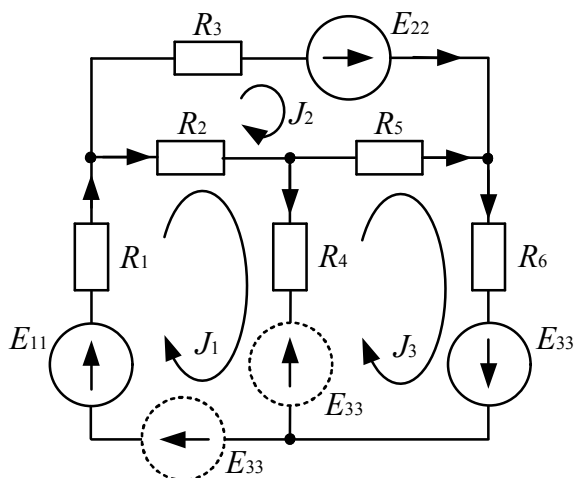


Рис. 7.

Нехай  $I_4 = a$ ;  $I_5 = b$ ;  $I_6 = c$ .

Формуємо систему незалежних контурних струмів  $J_1$ ,  $J_2$  та  $J_3$ .

Заданий струм  $I_6$  співпадає з контурним струмом  $J_3$ , тобто

$$I_6 = J_3 = c; I_5 = J_3 - J_2 = b; I_4 = J_1 - J_3 = a.$$

Отже  $J_3 = c$ ;  $J_2 = J_3 - b = c - b$ ;  $J_1 = a + J_3 = a + c$ .

Після визначення необхідної величини контурних струмів  $J_1$ ,  $J_2$  та  $J_3$  за допомогою формули метода контурних струмів (6) визначаємо необхідну величину напруг контурних ЕРС  $E_{11}$ ,  $E_{22}$  та  $E_{33}$ .

$$\begin{array}{|c|c|c|} \hline R_{11} & R_{12} & R_{13} \\ \hline R_{21} & R_{22} & R_{23} \\ \hline R_{31} & R_{32} & R_{33} \\ \hline \end{array} \times \begin{array}{|c|} \hline J_1 \\ \hline J_2 \\ \hline J_3 \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|} \hline E_{11} \\ \hline E_{22} \\ \hline E_{33} \\ \hline \end{array} \quad (10)$$

$$\text{де } R_{11} = R_1 + R_2 + R_4; R_{12} = R_{21} = -R_2;$$

$$R_{22} = R_3 + R_5 + R_2; R_{13} = R_{31} = -R_4;$$

$$R_{33} = R_4 + R_5 + R_6; R_{23} = R_{32} = -R_5.$$

На схемі (рис. 7) контурні  $EPC$  ввімкнемо послідовно з резисторами, які відносяться тільки до цього контура. Якщо за умовою задачі необхідно, щоб послідовно з якимось резистором (наприклад  $R_6$ ) не було джерела  $EPC$   $E_{33}$ , використовуючи правило переносу джерел напруги його можна перенести в гілки  $R_4$  та  $R_1$  (показано пунктиром) або  $R_5$  та  $R_3$ .

Коли заданою величиною є напруга на відповідному (відповідних) резистивних елементах (наприклад  $U_k$  на резисторі  $R_k$ ), спочатку визначаємо необхідний струм резистора  $I_k = \frac{U_k}{R_k}$ , і подальший розрахунок ведемо відповідно до розглянутих методик.

У загальному випадку, в залежності від того, що є вхідною величиною, а що вихідною, для визначення вхідної дії по відомій вихідній реакції можна використовувати відповідні вторинні параметри електричного ланцюга (табл. 3).

Таблиця 3

Вхідна дія	Вихідна реакція	Вторинний параметр
$U$	$I$	$G^{nep}$
$U$	$U$	$K^U$
$I$	$I$	$K^I$
$I$	$U$	$R^{nep}$

Визначення цих параметрів може здійснюватись аналітично або експериментально, аналогічно визначенню  $G^{nep}$ . При визначенні цих параметрів, за допомогою матриці опорів  $[R]$  або матриці провідності електричного ланцюга  $[G]$ , можна використовувати відомі формули [7].

Якщо при інверсному аналізі заданою величиною є не струм або напруга на елементі, а напруга між певними вузлами, для рішення цієї задачі більш зручно використовувати метод вузлових потенціалів

$$[G] \cdot [\varphi] = [J] \quad (11)$$

Загальний вигляд рішення системи (11) має наступний вигляд:

$$\varphi_k = J_{11} \frac{\Delta_{1k}}{\Delta} + J_{22} \frac{\Delta_{2k}}{\Delta} + \dots J_{(n-1)(n-1)} \frac{\Delta_{(n-1)k}}{\Delta}; \quad (12)$$

де  $\Delta = \det[G]$  - визначник матриці  $[G]$ ;

$\Delta_{mk}$  - алгебраїчне доповнення, яке одержують викреслюючи рядок  $m$  та стовпець  $k$ , помножуючи його на  $(-1)^{m+k}$ .

Аналізуючи фізичний смисл множників при струмах  $J_{ii}$ , приходимо до висновку, що величина  $\frac{\Delta_{ik}}{\Delta} = R_{ki}^{nep}$  є опором передавання від вузла  $i$  до вузла  $k$ .

Якщо гілка, на якій необхідно одержати задану напругу, ввімкнена між вузлом  $a$  та нульовим вузлом, цю напругу можна визначити використовуючи опір передавання  $R_{ak}$

$$U_a = J_{kk} \cdot R_{ak}, \quad (13)$$

де  $R_{ak} = \frac{\Delta_{ka}}{\Delta}$  визначається з матриці провідностей електричного ланцюга  $[G]$ .

Якщо гілка, на якій необхідно одержати задану напругу, ввімкнена між вузлами  $a - b$ , необхідно спочатку визначити потенціали цих вузлів

$$\varphi_a = J_{kk} \frac{\Delta_{ka}}{\Delta}; \varphi_b = J_{kk} \frac{\Delta_{kb}}{\Delta}.$$

Враховуючи, що

$$\frac{\Delta_{ka}}{\Delta} = R_{ak}; \frac{\Delta_{kb}}{\Delta} = R_{bk},$$

напруга на гілці, що включена між вузлами  $a - b$

$$U_{ab} = \varphi_a - \varphi_b = J_{kk} (R_{ak} - R_{bk}) = J_{kk} \cdot R_{(ab)k}. \quad (14)$$

Використовуючи формули (13) або (14) по відомій напрузі між заданими вузлами можна визначити необхідну величину задаючого струму вузла  $k$

$$J_{kk} = \frac{U_a}{R_{ak}}; \quad (15)$$



$$J_{kk} = \frac{U_{ab}}{R_{(ab)k}}. \quad (16)$$

При використанні метода вузлових потенціалів максимальна кількість незалежних вузлових напруг дорівнює числу незалежних вузлів  $n - 1$ . Тобто, для заданого електричного ланцюга можна задати не більш ніж  $n - 1$  напругу між вузлами, причому гілки, які підключені між цими вузлами, не повинні утворювати замкнений контур. Для одержання цих напруг необхідні  $(n - 1)$  задаючі струми вузлів.

Якщо задача інверсного аналізу виникла не на етапі проектування пристрою, а на етапі його експлуатації, експериментально визначивши контурні струми або вузлові потенціали досліджуваного ланцюга, за допомогою формул метода контурних струмів (6) або вузлових потенціалів (11), розраховуємо контурні *ЕРС*  $E_{kk}$  або задаючі струми вузлів  $J_{kk}$ . Після цього, з урахуванням схеми електричного ланцюга, визначаємо напруги та струми зовнішніх джерел енергії.

Висновки.

1. При рішенні задач інверсного аналізу доцільно використовувати вторинні параметри електричного ланцюга.
2. З метою формалізації процедури визначення вторинних параметрів електричного ланцюга доцільно використовувати його матрицю контурних опорів  $[R]$  або вузлових провідностей  $[G]$ .
3. Для забезпечення в електричному ланцюзі незалежних струмів в  $k$  гілках необхідно мати  $k$  незалежні контурні *ЕРС*. Максимальна кількість таких гілок дорівнює числу незалежних контурів.
4. Для забезпечення в електричному ланцюзі  $k$  незалежних напруг між вузлами необхідно мати  $k$  незалежні задаючі струми вузлів. Максимальна кількість таких напруг дорівнює числу незалежних вузлів.

## ЛЕКЦІЯ 4

## ІДЕНТИФІКАЦІЯ ПАРАМЕТРІВ ЕЛЕМЕНТІВ ЕЛЕКТРИЧНОГО КОЛА

Задача ідентифікації полягає у визначенні параметра елемента (опору, індуктивності, ємності) з урахуванням результатів вимірювання параметрів

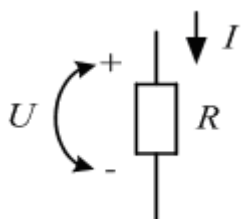


Рис. 8

режиму його роботи. Якщо є можливість одночасно вимірювати струм через елемент та напругу на ньому, визначення його параметра здійснюється за допомогою закону Ома. Так опір резистивного елемента (рис.8)

$$R = U/I.$$

Однак при рішенні задач ідентифікації та діагностики у більшості випадків немає можливості вимірювати усі необхідні параметри режиму роботи елемента, тобто такі задачі вирішуються за наявності обмеженої кількості інформації. Найчастіше вказані задачі вирішуються стосовно пристроїв, що перебувають у процесі експлуатації. В таких випадках умовою здійснення експериментів є збереження *цілості* об'єкту досліджень. Очевидно, що за такої умови можуть бути виміряні напруги на елементах електричного ланцюга. Що стосується струмів, то реально можуть бути виміряні струми зовнішніх джерел енергії, що підключаються до ланцюга, або струми, що виникають при закорочуванні певних його ділянок.

Іншим обмеженням може бути недоступність усіх точок електричного ланцюга для проведення вимірювань. Найчастіше, при рішенні перерахованих задач, доступними для вимірювань є вузли електричного ланцюга. Надалі для визначеності будемо вважати, що при рішенні задач ідентифікації та діагностики повинні виконуватись такі умови:

- 1) при проведенні експериментів повинна зберігатись цілість об'єкту досліджень;
- 2) доступними для вимірювань є лише вузли досліджуваного пристрою.

За цих умов при дослідженні об'єкту можливі наступні експерименти.

1. Вимірювання напруги між будь – якими вузлами.
2. Підключення між будь – якими вузлами джерела відомого струму або напруги.
3. Вимірювання струму, що споживається від зовнішнього джерела енергії.
4. Закорочування будь – яких вузлів електричного ланцюга та вимірювання струму, що виникає при цьому.
5. Підключення між будь-якими вузлами елемента з відомим параметром і вимірювання струму, що виникає у ньому.

При виконанні перерахованих умов існуватимуть певні обмеження. Так, якщо в досліджуваному ланцюзі між двома доступними для вимірювань вузлами  $a - b$  підключено не один елемент, а кілька послідовно, паралельно або змішано з'єднаних однотипних елементів (наприклад, резисторів, як показано на рис. 9), при відсутності доступу до внутрішніх точок з'єднання цих елементів, будь-якими експериментами неможливо визначити параметри окремих елементів. Тому відносно досліджуваного ланцюга ці елементи необхідно розглядати як єдиний елемент з відповідними еквівалентним параметром (наприклад резистор з опором  $R_{ab}$ ).

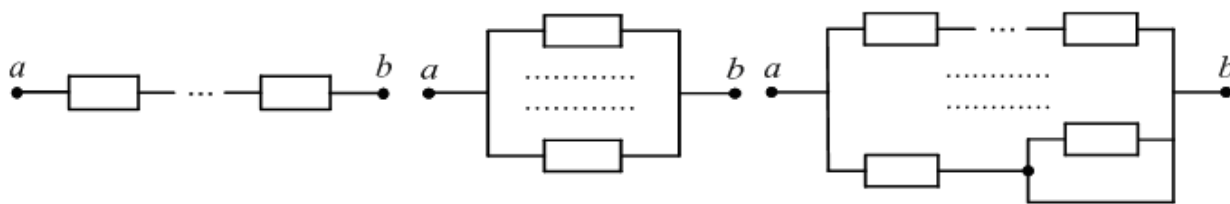


Рис.9

В реальних електричних ланцюгах найчастіше не усі вузли з'єднані між собою якимось елементом. Однак надалі, для одержання найбільш загальних результатів, вважатимемо, що будь які два вузли електричного ланцюга з'єднано якимось елементом (наприклад резистором  $R$ , як на рис. 10). Якщо

в реальному ланцюзі якісь два вузли (наприклад  $a-b$ ) не з'єднані

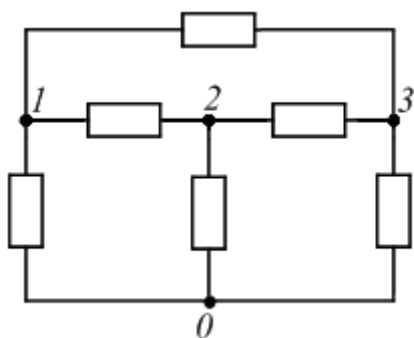


Рис. 10

резистивним елементом, будемо вважати, що  $G_{ab} = 0$ , або  $R_{ab} = \infty$ .

У випадку коли електричний ланцюг містить  $n$  вузлів, максимально можлива кількість гілок (елементів) які необхідно ідентифікувати

$$l = \frac{n(n-1)}{2}. \quad (17)$$

Враховуючи, що експериментально вектор контурних струмів  $[J]$  без порушення цілості пристрою визначити неможливо, а вектор вузлових потенціалів (напруг) може бути визначений експериментально, при рішенні задач ідентифікації та діагностики за основу математичної моделі електричного ланцюга доцільно використовувати систему рівнянь, складену відповідно до метода вузлових потенціалів.

Якщо електричний ланцюг містить  $n$  вузлів, його математичною моделлю буде система з  $(n-1)$  лінійно – незалежних рівнянь, складених відповідно до метода вузлових потенціалів. При цьому матриця вузлових провідностей  $[G]$  міститиме  $(n-1)^2$  елементів (невдомих). Для їх визначення, у загальному випадку, треба мати  $(n-1)^2$  лінійно-незалежних рівнянь. Однак враховуючи, що для лінійних електричних ланцюгів дійсний принцип взаємності, матриця  $[G]$  є симетричною відносно головної діагоналі.

Отже, для ідентифікації елементів такої матриці достатньо мати  $l = \frac{n(n-1)}{2}$  лінійно-незалежних рівнянь, кількість яких дорівнює кількості гілок електричного ланцюга (17). Сказане стосується електричних ланцюгів, в яких будь-які два вузли з'єднані відповідним елементом. В реальних пристроях частина вузлів не мають безпосередній зв'язок між собою ( $[G]$  - матриця є розрідженою). Тому, в принципі, для ідентифікації таких ланцюгів необхідна

кількість рівнянь, як правило, є меншою від визначеної за формулою (17) і дорівнює кількості гілок електричного ланцюга. Оскільки за методом вузлових потенціалів формується система з  $(n-1)$  лінійно-незалежних рівнянь, для одержання решти необхідних рівнянь треба проводити додаткові експерименти.

Задача ідентифікації лінійних резистивних ланцюгів зводиться до визначення опорів резистивних елементів. Ці опори є первинними параметри ланцюга і складність їх ідентифікації пов'язана з неможливістю експериментальною визначення струму через ці елементи. В той же час вторинні параметри цього ланцюга можуть бути визначені експериментально. Враховуючи, що при рішенні поставлених задач ми можемо вимірювати вузлові напруги та струми зовнішніх джерел енергії, при ідентифікації та діагностиці електричних ланцюгів можна експериментально визначати опори передавання від вузла  $a$  до вузла  $b$

$$R_{ba}^{nep} = \frac{U_b}{I_a},$$

а також коефіцієнт передавання напруги

$$K_{ba}^U = \frac{U_b}{U_a}.$$

Отже, для проведення ідентифікації та діагностики треба вміти визначати первинні параметри електричного ланцюга, використовуючи експериментально визначені його вторинні параметри.

Очевидно, що задачу ідентифікації можна вважати практично вирішеною, якщо визначена матриця вузлових провідностей досліджуваного ланцюга  $[G]$

$$[G] = \begin{bmatrix} g_{11} & g_{12} & \cdots & g_{1(n-1)} \\ g_{21} & g_{22} & \cdots & g_{2(n-1)} \\ & & \cdots & \\ g_{(n-1)1} & \cdots & & g_{(n-1)(n-1)} \end{bmatrix}. \quad (18)$$

Приклад 7. Припустимо, що для електричного ланцюга (рис.11) вдалося визначити матрицю вузлових провідностей  $[G]$

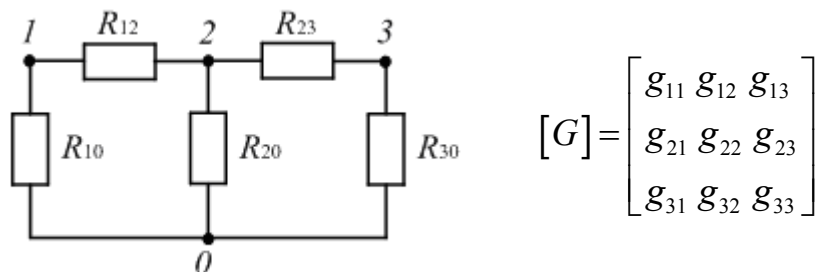


Рис. 11

Необхідно ідентифікувати опори усіх елементів.

Відповідно до визначення

$$g_{12} = g_{21} = 1/R_{12}; \quad g_{23} = g_{32} = 1/R_{23}; \quad g_{13} = g_{31} = 1/R_{13} = 0.$$

Отже

$$R_{12} = \frac{1}{g_{12}} = \frac{1}{g_{21}}; \quad R_{23} = \frac{1}{g_{23}} = \frac{1}{g_{32}};$$

$R_{13} = \infty$ , оскільки вузли 1 та 3 безпосередньо не пов'язані між собою.

Враховуючи, що

$$g_{11} = g_{10} + g_{12};$$

$$g_{22} = g_{20} + g_{12} + g_{23};$$

$$g_{33} = g_{30} + g_{23},$$

визначаємо провідності резисторів, що підключено до нульового вузла

$$g_{10} = g_{11} - g_{12};$$

$$g_{20} = g_{22} - g_{12} - g_{23};$$

$$g_{30} = g_{33} - g_{23}.$$

Після цього розраховуємо опори цих резисторів

$$R_{10} = 1/g_{10};$$

$$R_{20} = 1/g_{20};$$

$$R_{30} = 1/g_{30}.$$

## ЛЕКЦІЯ 5

### МЕТОДИ ІДЕНТИФІКАЦІЇ ЛІНІЙНИХ РЕЗИСТИВНИХ ЛАНЦЮГІВ

Як відомо, для системи рівнянь електричного ланцюга, складеної відповідно до метода вузлових потенціалів

$$[G][\varphi] = [J] \quad (19)$$

формула для визначення потенціалу вузла  $k$

$$\varphi_k = \frac{\Delta_{1k}}{\Delta} J_{11} + \frac{\Delta_{2k}}{\Delta} J_{22} + \dots + \frac{\Delta_{(n-1)k}}{\Delta} J_{(n-1)(n-1)} = \sum_{i=1}^{n-1} R_{ki}^{nep} J_{ii}, \quad (20)$$

де:  $\Delta = \det[G]$ ;  $\Delta_{km} = \Delta_{mk}$  - алгебраїчне доповнення;

$\frac{\Delta_{mk}}{\Delta} = R_{km}^{nep}$  - опір передавання електричного ланцюга від вузла  $m$  до вузла  $k$ .

Таким чином загальне рішення системи рівнянь (19)

$$[\varphi] = [G]^{-1} [J] = [R^{nep}] [J], \quad (21)$$

де  $[R^{nep}]$  - матриця опорів передавання електричного ланцюга.

Отже, матриця опорів передавання електричного ланцюга співпадає з оберненою матрицею його вузлових провідностей

$$[R^{nep}] = [G]^{-1}. \quad (22)$$

Опори передавання електричного ланцюга можуть бути визначені експериментально. Якщо для заданого електричного ланцюга експериментально сформулювати матрицю його опорів передавання  $[R^{nep}]$ , відповідно до (22) можемо відновити його матрицю вузлових провідностей

$$[G] = [R^{nep}]^{-1}. \quad (23)$$

Для експериментального визначення матриці опорів передавання електричного ланцюга підключаємо між вузлами 1 - 0 джерело струму  $J$  і почергово вимірюємо усі вузлові напруги (рис. 12).

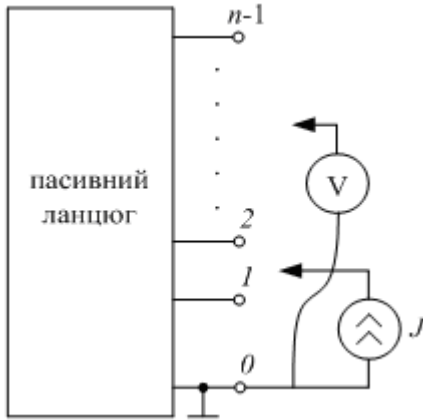


Рис. 12

Визначаємо опори передавання  $R_{k1} = U_k / J$ , де  $k = 1, 2 \dots (n-1)$ , які формують перший стовпець матриці опорів передавання  $[R^{nep}]$ . Почергово підключаючи джерело струму  $J$  до вузлів 2, 3 ...  $(n-1)$  і вимірюючи вузлові напруги визначаємо наступні стовпці матриці опорів передавання. Сформувавши

матрицю опорів передавання електричного ланцюга

$$[R^{nep}] = \begin{bmatrix} R_{11} & R_{12} & \dots & R_{1(n-1)} \\ R_{21} & R_{22} & \dots & R_{2(n-1)} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ R_{(n-1)1} & R_{(n-1)2} & \dots & R_{(n-1)(n-1)} \end{bmatrix} \quad (24)$$

і застосовуючи до неї операцію обернення матриць, визначаємо елементи його матриці вузлових провідностей

$$[G] = [R^{nep}]^{-1} = \begin{bmatrix} g_{11} & g_{12} & \dots & g_{1(n-1)} \\ g_{21} & g_{22} & \dots & g_{2(n-1)} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ g_{(n-1)1} & g_{(n-1)2} & \dots & g_{(n-1)(n-1)} \end{bmatrix} \quad (25)$$

Використовуючи елементи матриці вузлових провідностей, аналогічно прикладу 7 розраховуємо провідності елементів електричного ланцюга  $g_{km}$ . Після цього визначаємо опори цих елементів  $R_{km} = 1/g_{km}$ .

Таким чином, експериментальна частина розглянутого метода зводиться до визначення матриці опорів передавання електричного ланцюга. В [5] цей метод названо методом вузлових опорів, що не зовсім точно



відображає його фізичну суть. Тому надалі будемо називати цей метод *методом опорів передавання*. Цей метод характеризується відносно простою експериментальною частиною. Однак, розрахункова частина є достатньо складною, оскільки пов'язана з проведенням математичних операцій над матрицями. Враховуючи, що будь-які експериментальні вимірювання здійснюються з певною похибкою, подальша математична обробка одержаних результатів та їх округлення збільшуватимуть похибку отриманих результатів. Тому бажано мати такі методи ідентифікації в яких за рахунок відповідної організації експериментального етапу суттєво спрощується розрахункова частина.

В попередньому методі експериментально визначались опори передавання, а вузлові провідності розраховувались аналітичною. При відповідній побудові експерименту вузлові провідності можуть бути визначені експериментально. Розглянемо електричний ланцюг, схему якого наведено на рис.13.

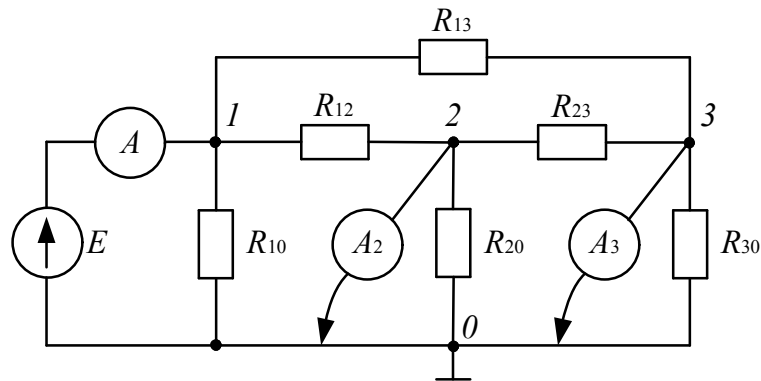


Рис.13.

До одного з вузлів схеми (наприклад 0 - 1) через амперметр  $A$  підключаємо джерело напруги  $E$ . Усі інші вузли, інцидентні до вузла 1 закорочуємо на нульовий вузел через амперметри  $A_2$  та  $A_3$ . Вимірюємо струми  $I$ ,  $I_2$  та  $I_3$ . Очевидно, що відношення

$$I/E = g_{11}; I_2/E = g_{12}; I_3/E = g_{13}$$

є відповідними вузловими та взаємними провідностями вузла 1. Визначенні провідності формують перший рядок матриці вузлових провідностей електричного ланцюга. Послідовно підключаючи джерело напруги  $E$  до вузлів 2 та 3 і проводячи аналогічні вимірювання формуємо інші рядки матриці вузлових провідностей електричного ланцюга

$$[G] = \begin{bmatrix} g_{11} & g_{12} & g_{13} \\ g_{21} & g_{22} & g_{23} \\ g_{31} & g_{32} & g_{33} \end{bmatrix}.$$

При розглянутому підході, який називається *методом вузлових провідностей*, визначення матриці вузлових провідностей не пов'язане з виконанням операцій над матрицями і, у найгіршому випадку, зводиться до виконання  $(n-1)^2$  операцій ділення. Ці операції можна виключити, якщо вибрати напругу джерела  $E = 1V$  (у загальному випадку відносній одиниці напруги). У такому випадку чисельні значення вузлових провідностей співпадатимуть з чисельними значеннями відповідних струмів.

Сказане вище стосується електричних ланцюгів у яких усі вузли з'єднані між собою резисторами (кожному вузлу інцидентні інші  $(n-2)$  вузли). В реальних ланцюгах, найчастіше, не усі вузли з'єднані резисторами (матриця вузлових провідностей є розрідженою). Тому реальна кількість вимірювань і обчислень буде меншою.

Враховуючи, що матриця вузлових провідностей є симетричною відносно головної діагоналі, у загальному випадку, можна проводити не  $(n-1)^2$  вимірювань, а  $\frac{n(n-1)}{2}$ . Однак, для підвищення точності одержаних результатів, доцільно провести усі  $(n-1)^2$  вимірювань, а чисельні значення недіагональних елементів  $g_{km} (k \neq m)$  визначати як середнє арифметичне значення

$$g_{km} = g_{mk} = \frac{g_{km} + g_{mk}}{2}. \quad (24)$$

Після формування матриці вузлових провідностей електричного ланцюга  $[G]$  обчислюємо провідності усіх елементів, а потім і їх опори.

Розглянуті методи зручно використовувати у тих випадках, коли необхідно визначити опори резистивних елементів електричного ланцюга, а також мати матрицю його вузлових провідностей (наприклад, для подальших розрахунків режиму роботи елементів, аналізу або інверсного аналізу). Якщо ж нас цікавить тільки величина опорів елементів, розглянуті методи є надлишковими. На базі методу, вузлових провідностей можна одержати найбільш просту методику ідентифікації опорів елементів електричного ланцюга. Розглянемо її на приклад тієї ж схеми (рис .14).

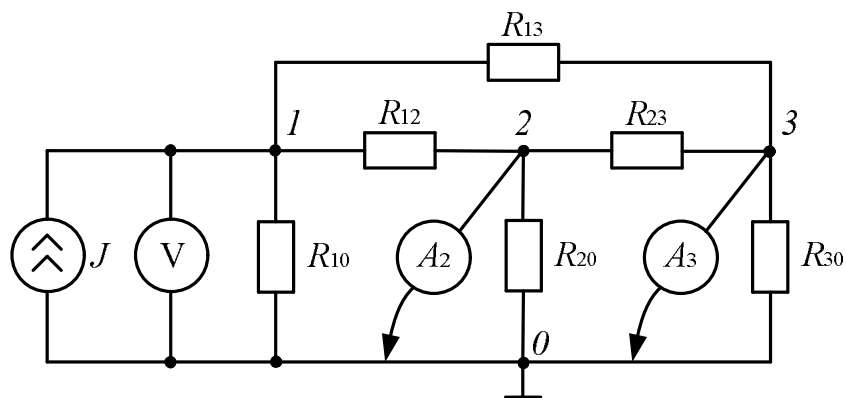


Рис.14

Підключаємо джерело струму  $I$  між вузлами 1 - 0. Закорочуємо амперметрами  $A_2$  та  $A_3$  вузли 2 - 0 та 3 - 0.

Вимірюємо напругу  $U$  та струми  $I_2$  та  $I_3$ .

Відповідно до закону Ома

$$R_{12} = U/I_2 ; R_{13} = U/I_3 ; R_{10} = U/(J - (I_2 + I_3)) .$$

Послідовно підключаючи джерело струму  $J$  до вузлів 2 та 3 і проводячи аналогічні вимірювання визначаємо опори гілок, які сходяться до цих вузлів. При цьому опори резисторів, які не є інцидентними вузлу 0

визначатимуться двічі. Це дає можливість визначати їх більш точно, як середнє арифметичне двох одержаних значень, аналогічно (24).

Використання джерела струму  $J$  замість джерела напруги  $E$  підвищує надійність і безпечність проведення експериментів у випадках, коли якась з гілок ланцюга закорочена або має незначний опір. У зв'язку з цим, цю методику також можна використовувати для формування матриці вузлових провідностей електричного ланцюга, перераховуючи одержані опори відповідних гілок у їх провідності.

Порівнюючи розглянуті методи ідентифікації можна відзначити такі їх переваги та недоліки (табл. 4)

Таблиця 4

Метод опорів передавання	
Переваги	Недоліки
1. Відносна простота експериментальної частини. 2. Мінімальна кількість необхідних вимірювальних приладів.	1. Складний алгоритм обробки результатів експерименту. 2. Зростання похибки кінцевого результату пов'язане з великою кількістю математичних операцій та округленням результатів.
Метод вузлових провідностей	
Переваги	Недоліки
1. Мінімальна похибка вимірювань, оскільки вимірювальні прилади (амперметри) підключаються безпосередньо до елемента, параметри якого визначаються. 2. Підвищена точність кінцевого результату пов'язана з мінімальною кількістю обчислювальних процедур.	1. Порівняно велика кількість необхідних вимірювальних приладів та вимірювань. 2. Ускладнення технологія проведення експериментів, пов'язана з необхідністю багаторазових комутацій.

---

## ЛЕКЦІЯ 6

### ДІАГНОСТИКА ЕЛЕКТРИЧНИХ КІЛ

При рішенні задач діагностики вважають, що для електричного ланцюга, що досліджується, схема та параметри елементів є відомими. Однак при виготовленні або експлуатації реального пристрою параметри окремих елементів змінилися. Необхідно виявити ці елементи, а також визначити (ідентифікувати) їх реальні параметри. Таким чином задачі діагностики включають етап ідентифікації параметрів елементів, який може бути здійснений розглянутими методами, зокрема методом вузлових провідностей. Однак при рішенні задач діагностики кількість елементів, параметри яких необхідно ідентифікувати, значно менша ніж в задачах ідентифікації.

Очевидно, що при виготовленні та експлуатації пристроїв найвірогіднішою є зміна параметрів одного елемента. Ймовірність одночасної зміни параметрів більшої кількості елементів суттєво зменшується при збільшенні кількості таких елементів. Так, якщо ймовірність відмови одного елемента електричного ланцюга дорівнює  $p_i$ , а ймовірність відмови усіх елементів однакова, ймовірність одночасної відмови  $n$  елементів  $p = p_i^n$ .

Таким чином задача діагностики електричного ланцюга фактично розпадається на дві задачі.

1. Визначення вузлів та гілок які містять елементи, що змінили свої параметри (локалізація несправності).
2. Визначення реальних параметрів цих елементів (ідентифікація параметрів).

## I. Локалізація гілок, що змінили свої параметри

Для рішення цієї частини задачі в [8] запропоновано методику, яка базується на перевірці виконання I-го закону Кірхгофа для кожного з  $n$  вузлів досліджуваного ланцюга. Ця методика полягає в наступному. Вважаємо, що масив номінальних опорів усіх елементів ланцюга  $\{R\}$  є відомим.

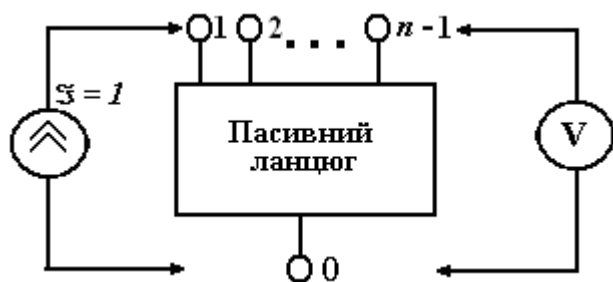


Рис. 15

Підключаємо між двома вузлами досліджуваного ланцюга (наприклад 1 - 0) джерело відомого струму (наприклад  $J = 1$ ) (рис.15). Вимірюємо вузлові потенціали і

формуємо масив напруг усіх гілок електричного ланцюга  $\{U\}$ . Вважаючи, що опори усіх гілок відповідають своїм номінальним значенням, обчислюємо очікувані струми гілок електричного ланцюга і формуємо масив цих струмів

$$\{I\} = \{U\} / \{R\}. \quad (25)$$

Підставляємо обчислені значення струмів в рівняння, складені відповідно до I-го закону Кірхгофа для кожного з  $n$  вузлів.

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_0 I = \Delta_0; \\ \sum_1 I = \Delta_1; \\ \cdot \cdot \cdot \cdot ; \\ \sum_{n-1} I = \Delta_{n-1}. \end{array} \right. \quad (26)$$

Після цього аналізуємо отримані результати. В залежності від реального стану електричного ланцюга можливі такі випадки.

1. Реальні опори усіх гілок відповідають своїм номінальним значенням. У такому випадку для усіх вузлів буде виконуватись I-й закон Кірхгофа, тобто

$$\Delta_0 = \Delta_1 = \Delta_2 = \dots \Delta_{n-1} = 0.$$

Отже, якщо за результатами експерименту I-й закон Кірхгофа виконується для усіх  $n$  вузлів, робимо висновок, що опори гілок співпадають зі своїми номінальними значеннями.

Зауважимо, що якщо для досліджуваного електричного ланцюга відоме номінальне значення вхідного опору відносно якихось вузлів (наприклад  $R_{ко}^{ex}$ ), виміряна напруга  $U_{ко}$  (при  $J=1$ ) чисельно співпадатиме з величиною цього опору

$$U_{ко} = J \cdot R_{ко}^{ex} = 1 \cdot R_{ко}^{ex}.$$

Порівнюючи чисельні значення  $U_{ко}$  та  $R_{ко}^{ex}$  можемо робити висновок про те, чи відбулися зміни в досліджуваному ланцюзі.

2. Змінився опір однієї з гілок.

Припустимо, що ця гілка підключена між вузлами  $a - b$  (рис. 16).

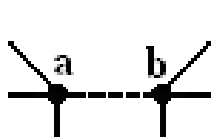


Рис. 16

Оскільки реальне значення опору цієї гілки  $R_{ab}^*$  відрізняється від номінального  $R_{ab}$ , очікуване значення струму цієї гілки  $I_{ab} = U_{ab} / R_{ab}$  буде відрізнятися від реального  $I_{ab}^*$ , тобто  $I_{ab} \neq I_{ab}^*$ . Розраховані очікувані значення струмів усіх інших гілок будуть відповідати їх реальним значенням. Оскільки струм  $I_{ab}$  входить в рівняння тільки двох вузлів,  $a$  та  $b$ , робимо висновок, що закон Кірхгофа не виконуватиметься тільки для цих вузлів, тобто  $\Delta_a \neq 0$  та  $\Delta_b \neq 0$ . Враховуючи, що в один з цих вузлів струм втікає, а з іншого витікає можемо зробити висновок, що

$$\Delta_a + \Delta_b = 0, \quad (27)$$

тобто  $\Delta_a = -\Delta_b$ .

Таким чином, якщо закон Кірхгофа (26) не виконується тільки для двох вузлів (наприклад  $a - b$ ), в електричному ланцюзі змінився опір лише однієї гілки, а саме тієї, яка підключена між цими вузлами.

Очевидно, що випадок, коли I-й закон Кірхгофа не виконується тільки для одного вузла неможливий, оскільки гілка, в який розрахований струм відрізняється від реального, порушуватиме баланс струмів одночасно в двох вузлах.

3. Одночасно змінились опори двох гілок. При цьому можливі два випадки

3.1. Ці гілки підключено між різними вузлами (наприклад  $a - b$  та  $c - d$ ) (рис. 17). У таких випадках I-й закон Кірхгофа не виконуватиметься тільки для цих вузлів, причому

$$\Delta_a + \Delta_b = 0; \Delta_c + \Delta_d = 0.$$

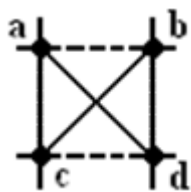


Рис. 17

У загальному випадку, якщо I-й закон Кірхгофа не виконується для  $2n$  вузлів, причому  $\Delta_a = -\Delta_b$ ;  $\Delta_c = -\Delta_d$  і т.д., в електричному ланцюзі змінились опори  $n$  гілок, які підключені відповідно між вузлами  $a - b$ ,  $c - d$  і т.д.

3.2. Гілки, що змінили свій опір, мають спільний вузол (наприклад,  $a - b$  та  $a - c$ ) (рис.18). При цьому I-й закон Кірхгофа не виконуватиметься тільки для трьох вузлів:  $a$ ,  $b$  та  $c$ . Оскільки для вузла  $a$  похибка  $\Delta_a$  визначається одночасно струми  $I_{ab}$  та  $I_{ac}$ , а для вузлів  $b$  та  $c$  тільки струмами  $I_{ab}$  та  $I_{ac}$  відповідно, повинна виконуватись умова

$$\Delta_a = -(\Delta_b + \Delta_c). \tag{28}$$

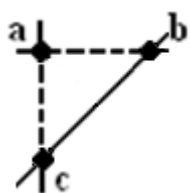


Рис. 18

Однак I-й закон Кірхгофа не виконуватиметься для вказаних вузлів і в тому випадку, коли одночасно змінились опори усіх трьох гілок  $a - b$ ,  $a - c$  та  $b - c$ . Оскільки при проведенні діагностичних експериментів наперед невідомо які



саме гілки змінили свій опір, виникає необхідність ідентифікації опорів усіх трьох гілок, що підключені між цими вузлами.

Таким чином при рішенні першої частини задачі діагностики аналізується система рівнянь (26), складена за результатами експерименту. Виділяються вузли, для яких I-й закон Кірхгофа виконується. З урахуванням викладеного вище можна стверджувати, що для усіх гілок, які підключено до цих вузлів, опори відповідають своїм *номінальним* значенням.

Нехай I-й закон Кірхгофа не виконується для  $p$  вузлів з  $n$ . Це означає, що будь-яка з гілок, що підключена між цими  $p$  вузлами, могла змінити свій опір. Розділимо масив опорів гілок електричного ланцюга  $\{R\}$  на дві частини  $\{R^*\}$  та  $\{R_x\}$ , де  $\{R^*\}$  - опори гілок, що не змінили свою величину (гілки, що підключено до  $(n-p)$  вузлів);  $\{R_x\}$  - опори гілок, які, можливо, змінили свою величину (гілки, які підключено між будь-якими з  $p$  вузлів). Оскільки частина електричного ланцюга, що містить вказані  $(n-p)$  вузлів ідентифікована, більш детально розглядаємо лише ту частину ланцюга, яка містить ці  $p$  вузлів. Для забезпечення найбільш загального характеру одержаних результатів вважатимемо, що будь-які два з цих вузлів з'єднані відповідною гілкою. За такої умови невиконання I-го закону Кірхгофа для цих вузлів може бути наслідком зміни параметрів від  $\frac{1+p}{2}$  (ціла частина) до  $\frac{p(p-1)}{2}$  гілок. В табл. 5 наведено мінімальна та максимальна кількість таких гілок для різної кількості вузлів  $p$ .

Таблиця 5

$p$	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
$min$	1	2	2	3	3	4	4	5	5	6
$max$	1	3	6	10	15	21	28	36	45	55

---

Зауважимо, що в реальних електричних ланцюгах, особливо при великій кількості вузлів ( $p \geq 4$ ), найчастіше не усі вузли мають безпосередній зв'язок (матриця вузлових провідностей є розрідженою). До того ж ймовірність одночасної зміни опорів великою кількістю гілок, особливо якщо ці гілки сконцентровано між певними вузлами, є незначною. Тому більш вірогідною є нижня границя, вказана в табл. 5. Таким чином гілки, що змінили свій опір підключені між вузлами, для яких за результатами експерименту не виконується I-й закон Кірхгофа. Оскільки серед усіх гілок, що підключені між вказаними вузлами, найчастіше змінили свої параметри лише окремі гілки, необхідно визначити (ідентифікувати) параметри усіх цих гілок і порівняти їх з номінальними значеннями.

## ЛЕКЦІЯ 7

## АЛГОРИТМ ДІАГНОСТИКИ ЛІНІЙНИХ РЕЗИСТИВНИХ КІЛ

## II. Ідентифікація елементів, що змінили свої параметри

Після проведення першого етапу діагностики, за результатами проведеного експерименту визначено вузли електричного ланцюга між якими підключені гілки, параметри яких могли змінитись. Після цього постає задача знаходження цих гілок, а також визначення їх реальних параметрів. У залежності від кількості таких вузлів та їх розташування в електричному ланцюзі, ідентифікація цих елементів здійснюватиметься різними способами.

## 1. Гілки, що не мають спільних вузлів.

Якщо при аналізі системи рівнянь (26), складених за результатами експерименту, виявлено, що I-й закон Кірхгофа не виконується для пари вузлів (наприклад  $a$  та  $b$ ), причому  $\Delta_a + \Delta_b = 0$ , робимо висновок, що опір гілки  $ab$  змінився. При цьому розрахований струм  $I_{ab}$  відрізнятиметься від реального  $I_{ab}^*$ . Враховуючи, що розраховані струми інших гілок співпадають з реальними, перший закон Кірхгофа для цих вузлів можемо представити у наступному вигляді.

$$\begin{cases} \sum_a I + I_{ab} = \Delta_a; \\ \sum_b I + I_{ab} = \Delta_b. \end{cases} \quad (29)$$

Оскільки для реальних ланцюгів закон Кірхгофа виконуються завжди, прирівнюємо праву частину рівнянь (29) до нуля.

$$\begin{cases} \sum_a I + (I_{ab} - \Delta_a) = 0; \\ \sum_b I + (I_{ab} - \Delta_b) = 0. \end{cases} \quad (30)$$

Отже, величина  $\Delta$  дорівнює різниці значень розрахованого і реального струмів.

Якщо струм  $I_{ab}$  витікає з вузла  $a$  і втікає у вузол  $b$ , реальне значення струму цієї гілки можемо визначити як.

$$I_{ab}^* = |-I_{ab} - \Delta_a| = I_{ab} - \Delta_b \quad (31)$$

Враховуючи, що за результатами проведеного експерименту напруга цієї гілки дорівнює  $U_{ab}$ , реальне значення опору цієї гілки

$$R_{ab}^* = U_{ab} / I_{ab}^* \quad (32)$$

Аналогічно визначаються опори інших одиночних гілок, що змінили свій параметр. Ознакою наявності таких гілок є виконання для будь-якої пари вузлів  $k$ ,  $m$  умови:  $\Delta_k + \Delta_m = 0$ .

## 2. Гілки, що мають спільний вузол

Нехай після здійснення першого етапу діагностики було виявлено, що І-й закон Кірхгофа не виконується для вузлів  $a$ ,  $b$  та  $c$  ( $p=3$ ), між якими підключено резистори  $R_{ab}$ ,  $R_{ac}$  та  $R_{bc}$ . Оскільки наперед невідомо які саме з цих резисторів змінили свій опір, необхідно ідентифікувати усі три елементи. Надалі розглядаємо тільки ту частину ланцюга, яка містить вузли  $a$ ,  $b$  та  $c$  (рис.19). Для ідентифікації опорів резисторів  $R_{ab}$ ,  $R_{ac}$  та  $R_{bc}$  доцільно застосувати методику закорочування на нульовий вузол інцидентних вузлів. Послідовність дій при цьому може бути наступною:

- підключаємо до вузла  $a$  джерело струму (наприклад  $J=1$ );
- закорочуємо вузли  $b$  та  $c$  на нульовий вузол і вимірюємо струми  $I_1$  та  $I_2$ , що при цьому виникають;
- вимірюємо напругу  $U$  між вузлами  $a-0$ .

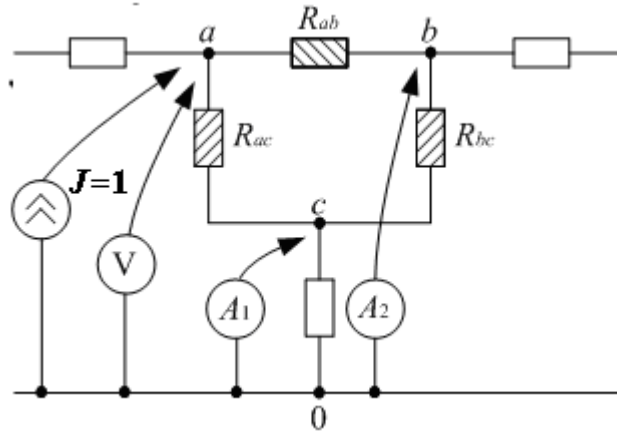


Рис. 19

Після цього обчислюємо опори резисторів  $R_{ab}$  та  $R_{ac}$

$$\begin{cases} R_{ab}^* = U/I_2; \\ R_{ac}^* = U/I_1. \end{cases} \quad (33)$$

Для визначення опору резистора  $R_{bc}$  можна провести аналогічний експеримент, підключивши джерело струму  $J$  до вузла  $b$  або  $c$ .

В той же час опір  $R_{bc}^*$  можна визначити використовуючи результати *основного* експерименту, одержані на першому етапі діагностики. Для цього з урахуванням одержаних значень  $R_{ab}^*$  та  $R_{ac}^*$  (33) коректуємо масив опорів  $\{R\}$  і знову перевіряємо виконання I-го закону Кірхгофа для вузлів  $a$ ,  $b$  та  $c$ . При цьому можливі два випадки.

1. Закон Кірхгофа виконується для усіх трьох вузлів. Це означає, що змінилися тільки опори гілок  $ab$  та  $ac$ , а опір гілки  $bc$  співпадає зі своїм номінальним значенням.

2. Закон Кірхгофа не виконується для вузлів  $b$  та  $c$ , причому  $\Delta_b + \Delta_c = 0$ . Це означає, що опір гілки  $bc$  також змінився. Його реальна величина  $R_{bc}^*$  визначається за методикою, одержаною для одиночних гілок (формули (31) та (32)).

Аналогічний підхід використовується і у випадках, коли  $p > 3$  (кількість гілок, що потенційно могли змінити свій опір і мають спільні вузли  $> 2$ ).

Таким чином додатковий експеримент по закорочуванню інцидентних вузлів дає можливість ідентифікувати опори гілок, які підключено до одного з  $p$  вузлів. Після цього кількість проблемних вузлів зменшується, як мінімум, на одиницю. Однак враховуючи, що в реальних ланцюгах кількість гілок, що змінили свій параметр, як правило, є меншою від теоретично можливої, після ідентифікації опорів гілок, що сходяться до будь-якого вузла доцільно скоректувати масив опорів гілок  $\{R\}$  і, використовуючи результати основного експерименту, перевірити виконання I-го закону Кірхгофа для проблемних вузлів. При цьому може виявиться, що закон Кірхгофа виконується для усіх вузлів ( $p = 0$ ), або кількість вузлів, для яких закон Кірхгофа не виконується, менша, ніж  $(p - 1)$ . Завдяки цьому можна зменшити кількість необхідних додаткових експериментів і більш ефективно використовувати результати основного експерименту. Крім того такий підхід дає можливість своєчасно виявляти помилки, які виникають при проведенні експерименту, або при обробці його результатів.

З урахуванням викладеного вище можна запропонувати наступний алгоритм діагностики лінійних резистивних ланцюгів (рис. 20). Відповідно до наведеного алгоритма процес діагностики складається з наступних етапів.

I. Після введення інформації про номінальні опори елементів електричного ланцюга і одержання результатів основного експерименту перевіряється виконання I-го закону Кірхгофа для усіх його  $n$  вузлів. Якщо цей закон виконується для усіх вузлів ( $p = 0$ ), це означає, що реальні опори усіх гілок відповідають своїм номінальним значенням. Після цього роздруковується масив реальних опорів гілок  $\{R^*\}$  і виконання алгоритму закінчується.

II. Якщо I-й закон Кірхгофа не виконується для  $p \geq 2$  вузлів, спочатку здійснюється пошук одиночних гілок, що змінили свій опір. Ознакою наявності таких гілок є виконання для будь-якої пари з  $p$  вузлів умови:  $\Delta_a + \Delta_b = 0$ . При виявленні таких гілок обчислюється реальна величина їх опору  $R_{ab}^*$ . Після цього коректується масив опорів гілок  $\{R\}$  і за результатами основного експерименту знову перевіряється виконання I-го закону Кірхгофа для усіх вузлів (повторюється етап I).

III. Якщо гілки, що змінили свій опір, мають спільний вузол ( $p \geq 3$ ), проводиться додатковий експеримент по закорочуванню інцидентних вузлів. З урахуванням одержаних результатів обчислюються реальні опори гілок  $R^*$ , що сходяться до одного з цих вузлів. Після цього коректується масив опорів гілок  $\{R\}$  і за результатами основного експерименту перевіряється виконання I-го закону Кірхгофа для усіх  $n$  вузлів (повторюється етап I).

Після виконання II-го або III-го етапу кількість не ідентифікованих вузлів зменшується, як мінімум, на одиницю. Після цього послідовність дій повторюється. Таким чином складність задачі поступово знижується.

Розглянутий алгоритм може бути основою для програми діагностики реальних резистивних ланцюгів. Якщо така програма необхідна для практичного застосування, процес діагностики може здійснюватись в автоматичному режимі. Якщо ж цю програму планується використовувати для навчальних цілей, процес діагностики доцільно проводити у діалоговому режимі. При цьому окремі операції (наприклад пошук одиночних гілок, що змінили свій опір, вибір вузлів для закорочування при проведенні додаткових експериментів) доцільно здійснювати вручну. Подібні підходи можуть бути використані і при діагностиці електричних кіл, які містять реактивні елементи.

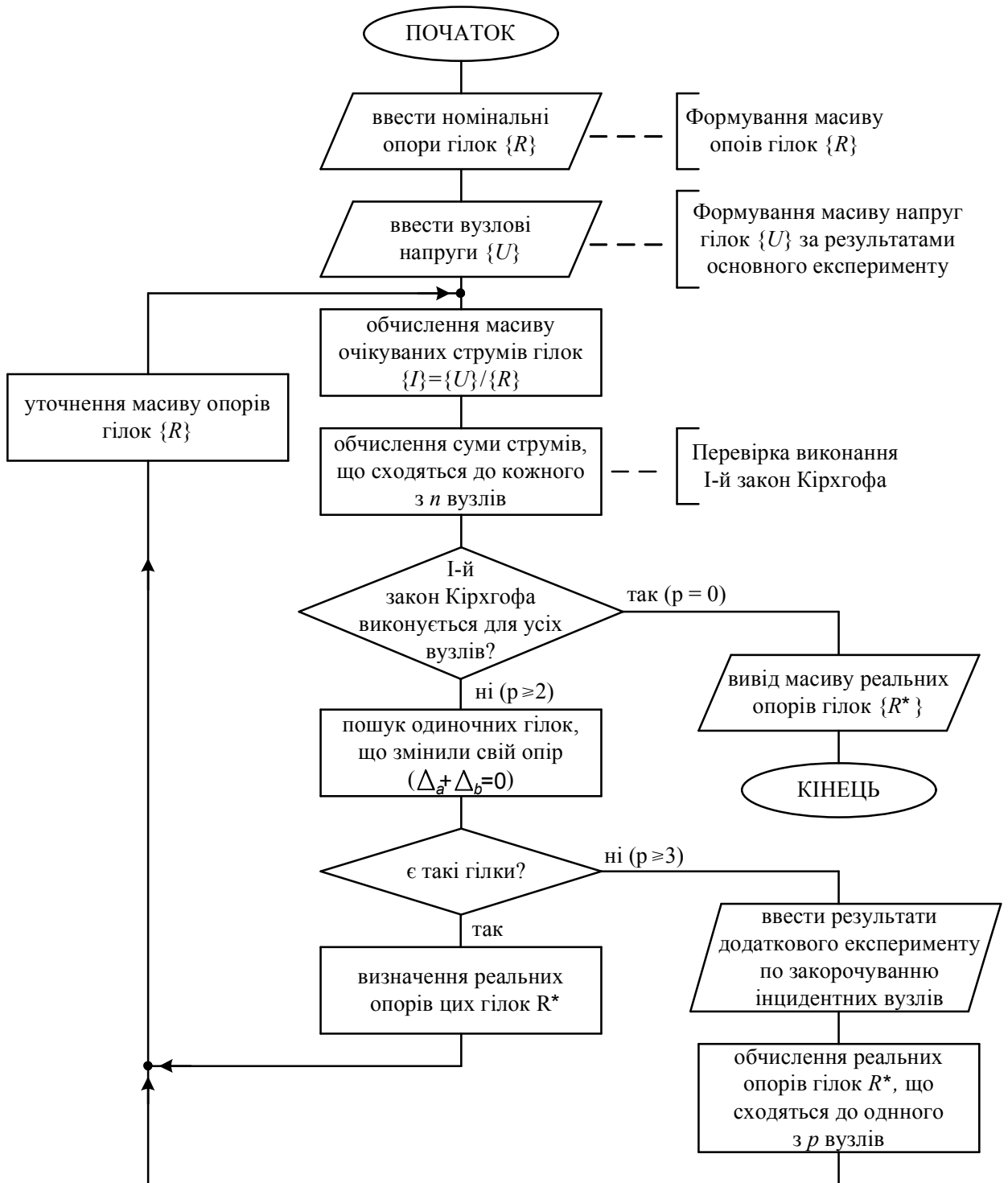


Рис. 20



**ЛЕКЦІЯ 8****УНІВЕРСАЛЬНИЙ СТЕНД ДЛЯ ДІАГНОСТИКИ ЛІНІЙНИХ  
РЕЗИСТИВНИХ ЛАНЦЮГІВ**

Розглянуті методики та алгоритм діагностики лінійних резистивних ланцюгів мають такі переваги у порівнянні з існуючими методами ідентифікації:

1) кількість необхідних експериментів залежить від кількості елементів, що змінили свої параметри (зменшується надлишковість експериментальних даних);

2) об'єм необхідних обчислень залежить від кількості елементів, що змінили свої параметри (пов'язаний із складністю задачі);

3) відсутні складні ланцюжки обчислень експериментальних даних, які, враховуючи можливу неточність результатів експерименту, збільшують похибку одержаних результатів;

4) зменшуються вимоги до точності експериментальних даних при заданій точності одержання кінцевого результату.

Такі результати одержано за рахунок деякого ускладнення алгоритму експериментальних досліджень, а також залежності виду наступного експерименту від результатів, одержаних у попередньому. Найбільш зручною для визначення реальних опорів елементів є методика закорочування інцидентних вузлів. При діагностиці вона застосовується тільки для тих вузлів, для яких по результатам основного експерименту не виконується I-й закон Кірхгофа. Оскільки ця методика є достатньо простою та формалізованою, автоматизація експериментальних досліджень при її застосуванні спрощується. Інші переваги методики є таким:

1) можлива ідентифікація параметрів будь-якого резистивного елемента;

2) мінімальна похибка результатів вимірювань, оскільки джерело струму  $J$  та вимірювальні прилади підключаються безпосередньо до того елемента, параметри якого ідентифікуються;

3) підвищується точність одержаних результатів за рахунок мінімальної кількості обчислювальних процедур;

В той же час, методика закорочування інцидентних вузлів. не позбавлена певних недоліків:

1) порівняно велика кількість необхідних вимірювань;  
2) збільшена кількість необхідних вимірювальних приладів (амперметрів):

3) ускладнена технологія проведення експериментів, пов'язана з необхідністю багаторазових комутацій вимірювальних приладів та джерел енергії.

У зв'язку з цим виникає необхідність організації більш ефективної технології проведення експериментальних досліджень. Для її забезпечення, при проведенні експериментів пропонується використовувати універсальний стенд [10], схема якого наведена рис. 21.

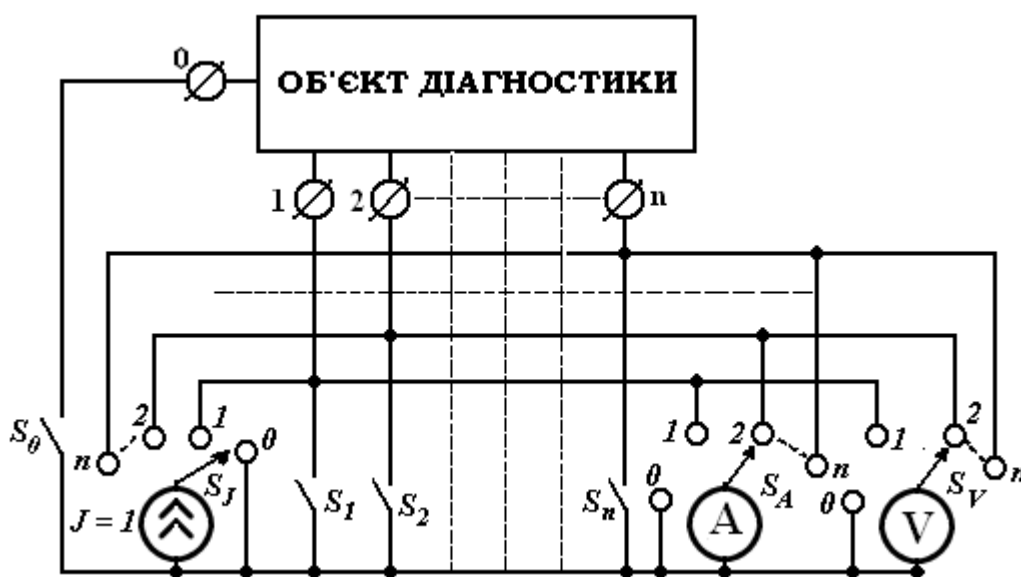


Рис. 21

Нехай резистивний електричний ланцюг (об'єкт діагностики) містить  $(n + 1)$  вузол, причому усі вузли доступні для проведення діагностичних експериментів. Обираємо вузол, відносно якого будуть проводитись вимірювання (0-й вузол). Інші вузли нумеруємо від 1 до  $n$ . Універсальний стенд містить джерело еталонного струму  $J = 1$ , амперметр, вольтметр та групу перемикачів.

Ключі  $S_1 \dots S_n$  дають можливість закорочувати будь-який з вузлів (1, 2, ...  $n$ ) на нульовий вузол. Перемикач  $S_J$ , який має  $(n + 1)$  положень, дає можливість підключати еталонне джерело струму  $J = 1$  до будь-якого з вузлів відносно нульового, або закорочувати його. Відповідно перемикачі  $S_A$  та  $S_V$  дають можливість підключати амперметр та вольтметр до будь-якого вузла відносно нульового, або відключати їх від досліджуваного ланцюга (положення 0).

Пропонований стенд дає можливість проводити будь-які експерименти, які використовуються у розглянутих вище методиках. З метою спрощення та здешевлення стенду, в ньому використовується лише один амперметр. При цьому експеримент по одночасному закорочуванню кількох вузлів на нульовий і вимірювання виникаючих при цьому струмів здійснюється поетапно: один з вузлів закорочується через амперметр, а інші за допомогою ключів  $S_1 \dots S_n$ . Потім ключі та амперметр змінюються місцями.

Для забезпечення можливості контролю величини струму джерела  $J$ , використовується ключ  $S_0$ . В режимі проведення експериментів цей ключ перебуває в замкненому стані. При необхідності контролю величини струму джерела  $J$ , ключ  $S_0$  розмикається, а перемикачі  $S_J$  та  $S_A$  переводяться в однакове положення. В режимі вимірювання вузлових напруг ключі  $S_1 \dots S_n$  розімкнені.

Універсальний стенд для діагностики резистивних ланцюгів має такі переваги:

- 
- мінімальна кількість зовнішніх джерел енергії та вимірювальних приладів;
  - можливість реалізації різних алгоритмів проведення експериментальних досліджень.
  - мінімальна кількість маніпуляцій (підключень та відключень) з об'єктом діагностики;
  - можливість автоматизації процесу вимірювань та обробки одержаної інформації.

Так, якщо як перемикачі використовувати електронні ключі, а як амперметр та вольтметр - цифрові вимірювальні пристрої, процес вимірювань та обробки результатів цих вимірювань можна повністю автоматизувати і здійснювати його під керуванням комп'ютера. Реалізуючи за допомогою універсального стенду методику закорочування інцидентних вузлів, можна здійснити повну ідентифікацію будь-якого резистивного електричного ланцюга. При необхідності діагностики таких ланцюгів задача значно спрощується. Спочатку, відповідно до алгоритму діагностики (рис. 20), визначаються вузли, між якими включено резистори, які необхідно ідентифікувати. Після цього, з використанням вказаного алгоритму, здійснюється ідентифікація опорів цих резисторів.

## ВИСНОВКИ

При дослідженні електричних кіл у залежності від того, що є відомим та невідомими, а також мети досліджень виникають задачі аналізу, інверсного аналізу або ідентифікації. Рішення будь-якої з цих задач зводиться до складання та рішення системи рівнянь електричної рівноваги ланцюга. Відмінність вказаних задач полягає у кількості невідомих, а отже і кількості необхідних для їх визначених рівнянь.

Нехай електричний ланцюг, що досліджується містить  $n$  вузлів та  $l$  гілок. В табл. 6 наведено кількість невідомих, які необхідно визначити, а також мінімальна кількість необхідних для цього рівнянь при рішенні задач, що розглядається в теорії електричних кіл.

Таблиця 6

Задачі		Аналіз	Інверсний аналіз	Ідентифікація
Кількість невідомих		$l$	$1 \dots k$	$l$
Мінімально необхідна кількість рівнянь				
а)	Методом вузлових потенціалів	$n - 1 < l$	$1 \dots k$ $k_{\max} = n - 1 < l$	$l$
б)	Методом контурних струмів	$l - (n - 1) < l$	$1 \dots k$ $k_{\max} = l - (n - 1) < l$	—

При рішенні задач аналізу, у загальному випадку, необхідно визначити струми (напруги) усіх гілок. Тобто кількість невідомих дорівнює  $l$ . Однак, оскільки для будь-якого електричного ланцюга завжди виконуються закони Кірхгофа, не усі струми та напруги гілок є лінійно-незалежними. Тому, кількість рівнянь для їх визначення методами контурних струмів або вузлових потенціалів є меншою, ніж кількість невідомих.

При рішенні задачі інверсного аналізу кількість невідомих (кількість джерел енергії  $k$ ) залежить від кількості елементів ланцюга, в яких необхідно забезпечити заданий режим роботи. При цьому, кількість необхідних для їх визначення рівнянь дорівнює кількості невідомих  $k$ . Однак, необхідно

---

врахувати, що максимально можлива кількість необхідних джерел енергії  $k_{\max}$  завжди є меншою, від кількості гілок електричного ланцюга  $l$ .

Що стосується задач ідентифікації, число невідомих співпадає з кількістю гілок електричного ланцюга  $l$ . Тому, у загальному випадку, для їх визначення необхідна система з  $l$  рівнянь. Таким чином, задачі ідентифікації, крім необхідності проведення експериментів, вимагають рішення найбільшої кількості рівнянь, отже є найскладнішими. Тому, при рішенні подібних задач, доцільним є застосування методів діакоптики – розділення однієї складної задачі на кілька більш простих. Прикладом цього є застосування методики закорочування інцидентних вузлів при рішенні задач ідентифікації та діагностики. При використанні цієї методики складний електричний ланцюг розбивається на кілька більш простих, які досліджуються по чергово.

---

**ЛІТЕРАТУРА**

1. Бессонов Л. А. Теоретические основы электротехники: Электрические цепи: учебн. для электротехн., энерг., приборостроит. спец. вузов. / Л. А. Бессонов. – 9 – е изд., перераб. и доп. – М.: Высшая шк., 1996. – 638 с. Библиогр.: с. 632. – На пер. Теоретические основы электротехники. – 10 000 экз. – ISBN 5-06-002160-2.
2. Бессонов Л. А. Теоретические основы электротехники: Электрические цепи: учебник. / Л. А. Бессонов. – 11 - е изд., перераб. и доп. – М.: «Гардарики» 2007. – 701 с. Библиогр.: с. 695. – На пер. Теоретические основы электротехники. – 5 000 экз. – ISBN 5-8297 - 0046 - 8.
3. Основы теории цепей / Г. В. Зевеке, П.А. Ионкин., А. В. Нетушил и др. – Изд. 5-е, перераб. и доп. - М.: Энергоатомиздат, 1989. – 527 с. – Библиогр.: с. 513. – На пер. Основы теории цепей. 50 000 экз.
4. Попов В.П. Основы теории цепей / В. П. Попов. - М.: Высшая школа, 1985. - 496 с. – Библиогр.: с. 483. – На пер. Основы теории цепей. – 20 000 экз.
5. Демирчян К. С., Бутырин П. А. О Моделирование и машинный расчет электрических цепей: Учеб. пособие для электр. и электроэнерг. спец. вузов. — М.: Высш. шк., 1988. —335 с.: ил. ISBN 5—06—001431—2.
6. Киншт Н.В. и др. Диагностика электрических цепей. – М.: Энергоатомиздат, 1983.- 192 с.
7. Основы теории электронных схем : Учебное пособие для вузов / В. П. Сигорский, А. И. Петренко. - 2-е изд. - Киев : Вища школа, 1971. - 568 с. : ил. - Библиогр.: с. 565. -Предм. указ.: с. 566-568.
8. Ромашко В. Я., Батрак Л. М. До питання про діагностику електричних ланцюгів. // Технічна електродинаміка. Тематичний випуск „Проблеми сучасної електротехніки”. – 2008. – Ч.3. – с.19 - 24.

---

**9.** Ромашко В.Я., Батрак Л.М. Алгоритми діагностики електричних ланцюгів. Технічна електродинаміка. Тематичний випуск: „Силова електроніка та енергоефективність”. – 2008. – Ч. 1. – с. 78 – 82.

**10.** Ромашко В.Я., Батрак Л.М. Универсальный стенд для диагностики резистивных цепей. Технічна електродинаміка. Тематичний випуск: „Силова електроніка та енергоефективність” – 2009. – Ч. 1. – с. 105 – 108.

**11.** Ромашко В. Я., Батрак Л. М. До питання про інверсний аналіз електричних кіл. // Технічна електродинаміка. Тематичний випуск „Проблеми сучасної електротехніки”. – 2012. – Ч. – с. - .